V16516

Die schiefe Ebene

Joshua Luckey
joshua.luckey@udo.edu

PeP et al.: Toolbox Workshop
pep-toolbox.physik@lists.tu-dortmund.de

Durchführung: 29.09.2023 Abgabe: 04.10.2024

Inhaltsverzeichnis

1 Theorie **3**

2 Durchführung **4**

3 Auswertung **4**

3.1 Bestimmung der Fallbeschleunigung 4

3.2 Bestimmung der Trägheitsmomente von Kugel und Zylinder 4

4 Diskussion **5**

1 Theorie

Zwischen Ebene und Objekten wirkt eine nicht zu vernachlässigende Reibung, wodurch die Objekte nach dem loslassen in Rotation versetzt werden, also tatsächlich herabrollen. Thermische Reibungsverluste werden jedoch vernächlässigt, sodass Energieerhaltung angenommen werden kann. Nach dieser gilt

$$\begin{aligned}
E_{\mathrm{i}}^{\mathrm{pot}} &= E_{\mathrm{f}}^{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{f}}^{\mathrm{rot}} \\
mgh &= \frac{m}{2}v^2 + \frac{I}{2}\omega^2 \quad \Big| \omega = \frac{v}{r} \\
mgh &= \frac{m}{2}v^2 + \frac{I}{2}\frac{v^2}{r^2} \quad \Big| : mgh \\
1 &= \frac{v^2}{2gh}\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)
\end{aligned}$$

aus der Kinematik [**?**] ist bekannt, dass die Endgeschwindigkeit einer beschleunigten Bewegung (in der Zeit t, entlang einer Strecke l) $v = \frac{2l}{t}$ ist. Es gilt also

$$\begin{aligned}
1 &= \left(\frac{2l}{t}\right)^2 \frac{1}{2gh}\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right) \quad \Big| \cdot t^2 \\
t^2 &= \frac{2l^2}{gh}\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)
\end{aligned}$$

berechnet und ein Startzeit als Parameter hinzugefügt,

$$t(h) = \sqrt{\frac{2l^2}{gh}\left(1 + \frac{I}{mr^2}\right)} + t_0. \tag{2}$$

Dabei sind das Trägheitsmoment I und die Startzeit t_0 die Parameter für die Ausgleichsrechnung.

Für die Bestimmung der Gravitationsbeschleunigung g unter Annahme der theoretischen Trägheitsmomente für Kugel I_{K} und Hohlzylinder I_{Z}

$$I_{\mathrm{K}} = \frac{2}{5}mr_{\mathrm{K}}^2 \qquad\qquad I_{\mathrm{Z}} = \frac{m}{2}\left(r_{\mathrm{Z,innen}}^2 + r_{\mathrm{Z,außen}}^2)\right),$$

ergeben sich die folgenden Ausgleichsfunktionen

$$t_{\mathrm{K}}(h) = \sqrt{\frac{2l^2}{gh}\left(\frac{7}{5}\right)} + t_0 \tag{3}$$

und

$$t_{\mathrm{Z}}(h) = \sqrt{\frac{l^2}{gh}\left(3 + \left(\frac{r_{\mathrm{Z,innen}}}{r_{\mathrm{Z,außen}}}\right)^2\right)} + t_0. \tag{4}$$

Dabei sind in diesen Gleichungen g und t_0 die Ausgleichsparameter.

2 Durchführung

Notiert wird dabei die Starthöhen h. Der Prozess des Herabrollens wird mit einer Kamera aufgezeichnet, um aus der Zeit t bis zum erreichen des Endes der schiefen Ebene möglichst genau aus den Einzelbildern (frames) des Films ablesen zu können.

Die aufgenommenen Messdaten werden für zwei unabhängige Zwecke verwendet:

1. Bestimmung der Fallbeschleunigung g, dafür werden die theoretischen Trägheitsmomente angenommen.
2. Bestimmung der Trägheitsmomente I der beiden Objekte unter Annahme der theoretischen Fallbeschleunigung.

3 Auswertung

Die für diesen Versuch relevanten physikalischen Größen für Kugel und Zylinder sind:

$$\begin{aligned} m_\mathrm{Z} &= (0{,}1860 \pm 0{,}0010)\,\mathrm{kg} & m_\mathrm{K} &= (0{,}2160 \pm 0{,}0010)\,\mathrm{kg} \\ r_\mathrm{Z,i} &= (0{,}0357 \pm 0{,}0010)\,\mathrm{m} & r_\mathrm{K} &= (0{,}048\,54 \pm 0{,}000\,16)\,\mathrm{m} \\ r_\mathrm{Z,a} &= (0{,}038\,67 \pm 0{,}000\,16)\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{5}$$

Berechnet wurde aus diesen Größen das jeweilige, theoretische Trägheitsmoment

$$I_\mathrm{Z} = (2{,}57 \pm 0{,}07)\,\mathrm{kg\,cm^2} \quad \text{und} \quad I_\mathrm{K} = (2{,}036 \pm 0{,}016)\,\mathrm{kg\,cm^2} \tag{6}$$

Die ebenfalls aufgeführte Zeitdauer t wurde dann jeweils aus der aus dem Startframeindex F_i, berechnet

$$t = (F_\mathrm{f} - F_\mathrm{i}) \cdot \mathrm{fps}^{-1}$$

3.1 Bestimmung der Fallbeschleunigung

Für die Bestimmung der Fallbeschleunigung wurden eine Ausgleichsfunktion der Form

Die Parameter der Ausgleichsrechnung ergeben sich für die Kugel zu

$$g_\mathrm{K} = (10{,}0 \pm 0{,}5)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \text{und} \quad t_{0,\mathrm{K}} = (-0{,}148 \pm 0{,}033)\,\mathrm{s} \tag{7}$$

und für den Zylinder

$$g_\mathrm{Z} = (11{,}2 \pm 0{,}5)\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \text{und} \quad t_{0,\mathrm{Z}} = (-0{,}135 \pm 0{,}033)\,\mathrm{s}. \tag{8}$$

3.2 Bestimmung der Trägheitsmomente von Kugel und Zylinder

Für die bestimmung der Fallbeschleunigung wurden eine Ausgleichsfunktion der Form

Die Parameter der Ausgleichsrechnung ergeben sich für die Kugel zu

$$I_\mathrm{K} = (1{,}9 \pm 0{,}4)\,\mathrm{kg\,cm^2} \quad \text{und} \quad t_{0,\mathrm{K}} = (-0{,}148 \pm 0{,}033)\,\mathrm{s} \tag{9}$$

und für den Zylinder

$$I_\mathrm{Z} = (1{,}90 \pm 0{,}23)\,\mathrm{kg\,cm^2} \quad \text{und} \quad t_{0,\mathrm{Z}} = (-0{,}135 \pm 0{,}033)\,\mathrm{s}. \tag{10}$$

4 Diskussion

TODO: Diskussion fertig machen ;-)

Notizen:

Bestimmung von g:

Fits

passen zu den Messwerten.

Die Fit parameter (7) (8)

passen zum theoretischen Wert $9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ => TODO: Abweichungen berechnen

Die übereinstimmung der Fitparameter t0, weist auf eine systematische Unsicherheit => TODO: Berechnung des Offsets in Frames

Analog für die Bestimmung von I:

Fits:

=> TODO: Abweichungen berechnen